Теоретические основы решения нестандартных и занимательных задач в курсе математики начальных классов*

А.П. Тонких

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ФОКУСЫ – это самое любимое развлечение XVII – XVIII вв. Способность отгадывать задуманное число – результат арифметических действий – считалась в те времена чуть ли не колдовством. Тогда многие не знали, что эти отгадывания основаны на очень простых свойствах некоторых чисел и математических действий. Однако и теперь такие фокусы являются великолепными развлечениями, они вызывают искреннее изумление и общий интерес, а самое главное – способствуют формированию логического мышления школьников, прививают им любовь к математике, показывают чудесные возможности этой науки. Не случайно многие современные системы обучения математике предусматривают знакомство младших школьников с этим видом развлечений.

В настоящее время имеется огромное количество самых разнообразных математических фокусов, в основе которых лежат различные математические теории, а также свойства задействованных предметов (игральных кубиков, карт, домино, календарей и др.). Большинство фокусов основано на свойствах натуральных чисел, арифметических выражениях, составленных специальным образом, а также на свойствах двоичной и восьмеричной систем счисления.

Пример 31. Бросьте три игральные кости. Сложите число выпавших очков; потом, оставив на столе одну из костей в том положении, в каком она упала, остальные две переверните и сумму очков, находящихся на противоположной стороне, прибавьте к прежде полученной сумме. Затем снова бросьте эти две кости и сумму выпавших очков прибавьте к предыдущим суммам. Далее, из этих двух костей оставьте одну нетронутой, а другую переверните, число очков, находящихся на нижней стороне, прибавьте к общей сумме очков и, наконец, бросьте еще раз эту третью кость, снова прибавьте число выпавших очков к общей сумме, саму же кость оставьте на столе, как и предыдущие. Взглянув на последнее расположение костей, отгадывающий называет подсчитанную сумму.

Секрет фокуса. Сумма всех выброшенных очков найдется, если к числу очков на костях, лежащих на столе, прибавить число 21. *Пример.* Предположим, первый раз на костях были выброшены 5, 3 и 2 очка, сумма которых равна 10. Оставим на столе одну из этих костей, например 5, а другие перевернем и сумму очков, лежащих на противоположных сторонах, прибавим к 10. На противоположной стороне кости, на которой выброшены 3 очка, мы найдем 4, а на кости, где было выброшено 2 очка, – 5; сумма их равна 9, и, прибавив ее к 10, получим 19. Затем эти две кости должны быть брошены еще раз, и пусть на этот раз выброшенные очки будут 4 и 1; прибавив сумму их 5 к 19, получим 24. Оставим на столе кость с четырьмя очками и к общей сумме очков прибавим число очков, находящихся на противопо-

* Окончание. Начало см. в № 5, 7 за 2002 год.

ложной стороне кости с 1 очком, т.е. 6 очков, получим 30. Наконец бросим еще раз последнюю кость и число выброшенных очков, например 2, прибавим также к общей сумме, которая таким образом будет равна 32. На столе будут лежать кости с 5, 4 и 2 очками, и если к сумме этих очков отгадывающий прибавит 21, то получит 32.

Математическое обоснование. Фокус основан на свойстве игральных костей, которые все устроены таким образом, что сумма очков на двух противоположных гранях всегда равна 7. Если, например, на одной грани 1 очко, то на другой – 6, если на одной 2, то на другой – 5 и т. д. Поэтому, прибавляя сумму очков на двух противоположных гранях кости, мы всегда прибавляем 7. В данном фокусе прибавляли три раза сумму противолежащих на костях очков, что все равно, что три раза прибавить по 7, или прибавить 21, а потому для того, чтобы найти сумму всех выброшенных указанным способом очков, нужно к сумме очков, оставшихся на столе, прибавить 21.

Пример 32. Предлагаю задумать какое-либо домино. Умножьте число очков одной половины на 2, к произведению прибавьте 7 и сумму умножьте на 5; теперь прибавьте к результату число очков другой половины домино и скажите, что у вас получилось.

Секрет фокуса. Если теперь от сказанного задумавшим результата отнять 35, то цифры полученного двузначного числа будут указывать на соответствующие числа задуманного домино.

Математическое обоснование. Пусть a и b – числа очков задуманного домино, значит, $a \le 6$ и $b \le 6$. Тогда после выполнения указанных действий будем иметь выражение $10a + b + 35$. Если вычесть из него 35, то получим двузначное (так как $a \le 6$ и $b \le 6$) число $10a + b$, цифрами которого будут a и b, т.е. числа очков на домино.

Замечание. К произведению $2a$ можно прибавить не 7, а любое другое число, которое обозначим через m, тогда от окончательного результата надо будет вычесть уже не 35, а $5m$.

Пример 33. Разложите 15 карт в три горизонтальных ряда так, чтобы во всяком ряду было по 5 карт, и пусть кто-нибудь задумает одну из них. Затем соберите отдельно карты каждого ряда и сложите все вместе так, чтобы тот ряд, из которого была задумана карта, пришелся в середине. Затем снова разложите карты по 5 в ряд, но на этот раз в другом порядке, а именно – вертикальными рядами. Снова спросите, в котором горизонтальном ряду находится задуманная карта, и затем, собрав карты, как было указано выше, разложите их опять вертикальными рядами. Наконец, спросите еще раз, в котором из горизонтальных рядов находится задуманная карта, и вы узнаете ее, отсчитав третью в указанном ряду. Или можно также, собрав снова карты, как было показано выше, найти задуманную карту, отсчитав из 15 карт 8-ю (среднюю).

Математическое обоснование. Покажем, что после трех раскладок, сделанных указанным способом, задуманная карта непременно будет третьей в том ряду, в котором она находится. Собирая карты, как было указано, мы знаем, что задуманная карта есть одна из пяти карт того ряда, который положен нами в середину. Затем, когда мы вторично разложим карты, они попадут в различные ряды. Посмотрим, куда лягут пять карт того ряда, где была задуманная карта:

1-я карта упадет на второе место третьего ряда;

2-я карта упадет на третье место первого ряда;

3-я карта упадет на третье место второго ряда;

4-я карта упадет на третье место третьего ряда;

5-я карта упадет на четвертое место первого ряда.

Обозначив через 0 карты рядов, где не находится задуманная карта, а через 1 – карты, между которыми она находится, получим следующие расположения (рис. 31):

0 0 0 0 0	**0 0 1 1 0**
1 1 1 1 1	**0 0 1 0 0**
0 0 0 0 0	**0 1 1 0 0**
1-е расположение	*2-е расположение*

Рис. 31

Если задуманная карта при втором расположении будет находиться в первом ряду, то, очевидно, это третья или четвертая карта этого ряда. При третьем расположении обе эти карты лягут третьими в двух соседних рядах (2 и 3). Если после второго расположения задуманная карта будет находиться во втором ряду, то это может быть только третья карта этого ряда. И, наконец, если после вторичного расположения задуманная карта будет находиться в третьем ряду, то это будет непременно или вторая, или третья карта этого ряда; и при третьем расположении обе карты лягут третьими: одна в первом, другая во втором ряду. Итак, задуманная карта после трех переложений должна быть всегда третьей в известном ряду.

Замечание. Вместо карт можно использовать любой набор однотипных карточек с различными рисунками (открытки, спичечные этикетки и т.п.).

Пример 34. Возьмите из колоды, состоящей из 32 карт, три карты и расположите их на столе отдельно друг от друга. Затем сосчитайте число очков первой карты и добавьте к ней из колоды еще столько карт, чтобы число их, сложенное с числом спичек выбранной карты, составило 11. Точно так же поступите с остальными двумя картами. Оставшиеся в колоде карты передайте мне, и я назову сумму очков отобранных вами карт.

Замечание. Для того чтобы произвести этот фокус, следует заранее условиться, за сколько очков надо считать каждую карту. Счет обыкновенно такой: туз – 11, десятка – 10, король – 4, девятка – 9, дама – 3, восьмерка – 8, валет – 2, семерка – 7.

Секрет фокуса. Число очков отгадывающий определяет, прибавляя к числу оставшихся в колоде карт число 4. Сумма всегда будет выражать искомое число очков. Например, пусть из колоды вынуты семерка, дама и туз; число очков соответственно будет: 7, 3 и 11. К семерке мы добавляем 4 карты, к даме – 8, а к тузу – ни одной. В колоде останется 17 карт (так как вынуты были 3 карты и добавлено 12, всего будет недоставать до полной колоды 15 карт, следовательно, останется 17 карт). Прибавив к ним 4, получим 21 – это и будет искомая сумма очков. Действительно, $7 + 3 + 11 = 21$.

Математическое обоснование. Положим, что в первой вынутой карте будет a очков, во второй b и в третьей c. К каждой из них добавится соответственно $11 - a$, $11 - b$ и $11 - c$ карт. Всего будет добавлено, следовательно, $33 - (a + b + c)$ карт. Если мы прибавим к ним еще три взятые ранее карты, то в колоде будет недоставать $36 - (a + b + c)$ карт. Таким образом, в ней останется $32 - (36 - (a + b + c)) = a + b + c - 4$. Отсюда видно, что если к числу оставшихся карт прибавить 4, то получим $a + b + c$, т.е. искомую сумму очков.

Пример 35. Задумайте любое число от 1 до 31 (это может быть число ваших лет). С помощью волшебной таблицы (табл. 1) я могу его узнать. Вы мне только скажите, в каких столбцах оно встречается.

Таблица 1

I	II	III	IV	V
1	2	4	8	16
3	3	5	9	17
5	6	6	10	18
7	7	7	11	19
9	10	12	12	20
11	11	13	13	21
13	14	14	14	22
15	15	15	15	23
17	18	20	24	24
19	19	21	25	25
21	22	22	26	26
23	23	23	27	27
25	26	28	28	28
27	27	29	29	29
29	30	30	30	30
31	31	31	31	31

Таблица 2

1. Куб	6. Циркуль	11. Конус
2. Шар	7. Цилиндр	12. Транспортир
3. Окружность	8. Треугольник	13. Параллелепипед
4. Угол	9. Квадрат	14. Пирамида
5. Линейка	10. Параллелограмм	15. Трапеция

Таблица 3

Таблица I	Таблица II	Таблица III	Таблица IV
Куб	Шар	Угол	Треугольник
Параллелепипед	Окружность	Линейка	Трапеция
Трапеция	Цилиндр	Циркуль	Параллелепипед
Конус	Циркуль	Параллелепипед	Пирамида
Окружность	Трапеция	Транспортир	Транспортир
Линейка	Конус	Трапеция	Квадрат
Цилиндр	Пирамида	Пирамида	Параллелограмм
Квадрат	Параллелограмм	Цилиндр	Конус

Секрет фокуса. Отгадывающий складывает первые числа тех столбцов, которые названы. В сумме всегда получается задуманное число. Действительно, если, например, задумано число 19, то оно находится в столбцах I, II и V. Сумма первых чисел этих столбцов будет 19 (1 + 2 + 16).

Математическое обоснование. Фокус основан на записи чисел в двоичной системе счисления. Числа записаны в столбцах с учетом их представления в двоичной системе счисления. Например, 5 = 1012 (единицы стоят на 1-м и 3-м местах, считая справа налево), поэтому оно встречается в столбцах I и III; 23 = 101112 (единицы стоят на 1-м, 2-м, 3-м и 5-м местах, считая справа налево), поэтому оно встречается в столбцах I, II, III и V.

Замечание. Если необходимо заполнить таблицу числами от 1 до $2n - 1$, то нужно использовать n столбцов.

В предыдущем фокусе вместо чисел можно взять названия городов, имена, предметы и т.п., но вместе с тем и установить, какому числу будет соответствовать то или иное название, для чего необходимо составить специальную таблицу.

Пример 36. На сцене на столе размещено 15 предметов (например, геометрические фигуры, приборы). Все предметы записаны в одной большой таблице, которую видит отгадывающий (табл. 2).

Эти же предметы записаны в четырех таблицах (табл. 3), которые видят только зрители. Отгадывающий предлагает одному из зрителей взять любой предмет, показать зрителям так, чтобы отгадывающий его не видел, и сказать лишь, в каких из четырех таблиц этот предмет записан. Глядя на большую таблицу, отгадывающий называет взятый предмет. Делает он это, вычислив номер предмета в большой таблице. Предметы записаны в тех таблицах, номера которых представляют собой номера разрядных единиц в двоичной системе счисления, из которых составляется номер данного предмета в большой таблице: таблица I соответствует простым единицам, таблица II – двойкам, таблица III– четверкам, таблица IV – восьмеркам.

Угадывание зачеркнутой цифры

Пример 37. Напишите или (если умеете выполнять простые арифметические действия в уме) задумайте произвольное число. Припишите к нему 0, отнимите задуманное число, прибавьте 117, в полученном числе зачеркните одну цифру, но не зачеркивайте нуля; результат сообщите мне, и я тотчас же скажу вам, какую цифру вы зачеркнули.

Секрет фокуса. Пусть задумано число 518. Выполним предложенные действия: 5180; 5180 − 518 = 4662; 4662 + 117 = 4779. Допустим, вычеркнута цифра 7. Отгадывающему называют цифры: 4, 7, 9. Их сумма равна 20. Ближайшим кратным 9, большим сум-

мы данных цифр, будет 27; 27 = 20 + 7, следовательно, была зачеркнута цифра 7.

Математическое обоснование. Пусть задумано число a. Тогда после выполнения указанных действий будем иметь выражение $10a - a + 117 = 9(a + 13)$, которое делится на 9. Следовательно, зачеркнутая цифра должна давать в сумме с названными число, делящееся на 9.

Очевидно, что вместо 117 можно предложить прибавить другое число, кратное 9.

Пример 38. Задумайте число, отнимите от него сумму его цифр, в полученном результате как угодно переставьте цифры, прибавьте к полученному таким образом новому числу 23, зачеркните одну из цифр меньше 9, назовите мне сумму оставшихся цифр, и я тотчас же скажу, какое число вы зачеркнули.

Секрет фокуса. Пусть задумано число 8789. Тогда партнер вычисляет: 8 + 7 + 8 + 9 = 32; 8789 − 32 = 8757; 7785; 7785 + 23 = = 7808; 7*08; 7 + 0 + 8 = 15. Отгадывающему сообщается число 15. От этого числа отнимаем 5, остается 10. Ближайшее большее число, которое делится на 9, это 18, а так как 18 − 10 = 8, следовательно, была зачеркнута цифра 8. Этим путем нельзя получить однозначного ответа, если зачеркнутой цифрой будет 0 или 9; но так как зачеркивать девятку запрещено, то задача всегда будет иметь однозначный ответ.

Математическое обоснование. Если от какого-либо числа мы отнимем сумму его цифр, то получим число, сумма цифр которого делится на 9. От суммы оставшихся цифр 5 вычитается потому, что число, которое мы прибавляем – в данном случае 23, – при делении на 9 дает остаток 5. Однако вместо 23 можно предложить прибавить какое-либо другое число, остаток которого при делении на 9 известен угадывающему. Если вместо 8 зачеркнуть 0, то останется 78*8. Сумма оставшихся цифр: 7 + 8 + 8 = 23. Отгадывающий отнимает 5 : 23 − 5 = 18. Число 18 делится на 9, следовательно, зачеркнутым числом могло быть или число 9, или 0. Однако по условию цифру 9 зачеркивать нельзя, следовательно, был зачеркнут 0.

Пример 39. Возьмите какое-либо целое число и умножьте его на число, которое непосредственно за ним следует, а полученное произведение умножьте на сумму обоих чисел; это второе произведение возведите в квадрат; когда назовете мне все цифры окончательного результата, кроме одной, я скажу, какую цифру вы утаили.

Секрет фокуса. Нужно найти ближайшее кратное 9 и вычесть из него сумму названных цифр. Например, пусть взято число 10. Выполним предложенные действия: 10 · 11 = 110; 110 · (10 + 11) = 2 310; 23102 = 5 336 100; 533*100; 5 + 3 + 3 + 1 = 12. Отгадывающему сообщается число 12. Ближайшим кратным 9 является 18. Из 18 он вычитает 12 и получает 6, следовательно, зачеркнута была цифра 3.

Математическое обоснование. Построенное произведение $n(n + 1)(2n + 1)$ всегда делится на 3 и даже на 6, а его квадрат делится на 9.

Предсказание результата действий

Пример 40. Задумайте число. Умножьте это число на 15. К полученному произведению прибавьте 27. Полученную сумму умножьте на 4. Из полученного произведения вычтите 108. Полученную разность разделите на 60. Посмотрите на результат – это число, задуманное вами.

Секрет и математическое обоснование. Пусть задумано число a. Тогда после выполнения указанных действий будем иметь выражение $60a + 108$. Если вычесть из него 108 и результат разделить на 60, то получим число a.

Пример 41. Задумайте (запишите на листке бумаги) число. Умножьте это число на 1,2; к полученному произведению прибавьте 3,6; полученную сумму умножьте на 5; из полученного произведения вычтите 18; полученную разность разделите на задуманное число. Вы получили число 6.

Секрет и математическое обоснование. Пусть задумано число a. Тогда после выполнения указанных действий будем иметь выражение $6a + 18$. Если вычесть из него 18 и результат разделить на а, то получим число 6.

Пример 42. Запишите 13 чисел – 5 нулей и 8 единиц. Двенадцать раз подряд выполните такую операцию: зачеркните любые два числа и, если они были одинаковы, допишите к оставшимся числам один ноль, а если разные – единицу. После того как вы закончите выполнять операции, я назову число, которое у вас осталось. Это ноль.

Секрет и математическое обоснование. После каждой операции сумма всех чисел остается четной, какой она и была вначале. Значит, и после 12 операций оставшееся число должно быть четным, т.е. равным нулю. При повторении фокуса можно брать другие наборы нулей и единиц. Важно лишь помнить, что после выполнения всех операций останется число 1, если первоначальная сумма написанных чисел нечетна, и число 0, если первоначальная сумма написанных чисел четна.

Угадывание четности или нечетности числа взятых предметов

Пример 43. Возьмите в одну руку какое-либо четное число предметов (кубиков, спичек, орехов, монет), а в другую – нечетное их число. Умножьте число предметов в правой руке на произвольное нечетное число, а число предметов в левой руке – на произвольное четное число. Сложите полученные произведения и назовите результат, а я сразу же скажу, в которой руке четное, а в которой – нечетное число предметов.

Секрет фокуса. Если названо четное число, то в правой руке будет четное число, а в левой – нечетное; если названо нечетное число, то будет наоборот.

Математическое обоснование. Будем умножать число предметов в правой руке на произвольное нечетное число $(2a + 1)$, в левой руке – на произвольное четное число $2b$. Рассмотрим два случая.

1. В правой руке четное число предметов $(2n)$, в левой – нечетное $(2m + 1)$. Тогда после указанных операций результат будет $2n \cdot (2a + 1) + (2m + 1) \cdot 2b = 2(n(2a + 1) + (2m + 1)b)$ – четное число.

2. В правой руке нечетное число предметов $(2n + 1)$, в левой – четное $2m$. Тогда после указанных операций результат будет $(2n + 1) \cdot (2a + 1) + 2m \cdot 2b = 2(2na + n + a + 2mb) + 1$ – нечетное число.

Пример 44. Предлагается взять в одну руку 4, а в другую – 7 кубиков, затем содержимое правой руки удвоить, а левой руки – утроить и, наконец, из суммы полученных произведений вычесть 27.

Секрет и математическое обоснование. Если вычитание окажется невозможным, то четное число находится в левой руке; если же оно возможно, то наоборот – в правой. Чтобы в случае протеста, что 27 нельзя отнять от полученной суммы, «замести следы», можно, не давая понять, что все уже угадано, уменьшить это число, например, на 10, сказав: если не можете вычесть 27, то вычтите 17, и затем предложить еще несколько других добавочных действий.

Еще легче «замести следы» во втором случае, где полученная сумма больше 27: можно продолжить различные действия, чтобы потом без всяких дальнейших вопросов указать, где находится четное число, а где нечетное. Это обычно приводит всех в изумление.

При повторении фокуса можно вместо числа 27 с подобным же успехом предложить вычесть 28, так как это вычитание основано на учете двух возможностей: $3 \cdot 4 + 2 \cdot 7 = 26$ или $3 \cdot 7 + 2 \cdot 4 = 29$. Оба числа, как 27, так и 28, находятся между этими двумя единственно возможными результатами.

Отгадывание даты рождения

Пример 45. (Сколько вам лет?) Число, равное вашему возрасту, удвойте и к произведению прибавьте 4, затем полученную сумму умножьте на 5, к этому произведению прибавьте 12 и полученную сумму умножьте на 10. После объявления результата предложенных действий я смогу назвать число ваших лет.

Секрет фокуса. От объявленного числа нужно вычесть 320, а затем полученный результат разделить на 100. Например, пусть число лет равно 37. Значит, будет объявлено число 4 020. Тогда имеем: (4 020 – 320) : 100 = 37.

Математическое обоснование. Пусть число a – возраст. Тогда после выполнения указанных действий будем иметь выражение $100a + 320$. Если вычесть из него 320 и результат разделить на 100, то получим число a.

Пример 46. (Отгадывание числа и месяца дня рождения.) День своего рождения умножьте на 2, полученный результат умножьте на 10, к полученному числу прибавьте 73, результат умножьте на 5 и, наконец, прибавьте номер месяца, в котором вы родились. Назовите мне число, которое у вас получилось, и я назову число и месяц вашего рождения.

Секрет фокуса. От числа, которое назовут, надо вычесть 365. Первые две цифры справа покажут номер месяца, остальные дадут день рождения. Например, получено 1 472. 1 472 – 365= = 1 107. Следовательно, день рождения – седьмое ноября.

Математическое обоснование. Пусть число a – день рождения, b – номер месяца ($a < 32$, $b < 13$). Тогда после выполнения указанных действий будем иметь выражение $100a + b + 365$. Если вычесть из него 365, то в результате получим $100a + b$. Ясно, что в записи этого числа первые две цифры образуют число b, остальные – число a.

Фокусы со спичками

Пример 47. (У кого спичка?) Положите на стол спичку. Каждому из присутствующих определите некоторый порядковый номер: 1, 2, 3, ... Затем предложите, чтобы кто-либо из них взял спичку, когда вы отвернетесь. Обращаясь к школьникам, скажите, что тот, кто взял спичку, должен свой порядковый номер удвоить и к произведению прибавить число 5. После этого вы просите кого-нибудь из присутствующих объявить вам результат предложенных действий и указываете на ученика, взявшего спичку.

Секрет фокуса. От названного вам числа вы отнимаете число 5 и полученную разность делите на 2. В результате получаете число, выражающее порядковый номер школьника, взявшего спичку.

Математическое обоснование. Пусть спичку взял школьник с номером n. Тогда после выполнения указанных действий будем иметь выражение $2n + 5$. Теперь, если вычесть из него 5 и результат разделить на 2, получим n – номер школьника, взявшего спичку.

Пример 48. (В какой руке нечетное число спичек?) Вы даете кому-нибудь нечетное число спичек, и пусть он некоторое число спичек возьмет в левую руку, а остальные спички – в правую. Затем вы предлагаете число, выражающее количество спичек в левой руке, умножить на 2, а число, выражающее количество предметов в правой руке, умножить на 3 и полученное произведение сложить. После того как вам скажут, какое число получилось – четное или нечетное, – вы сможете сказать, в какой руке четное число спичек, а в какой руке – нечетное.

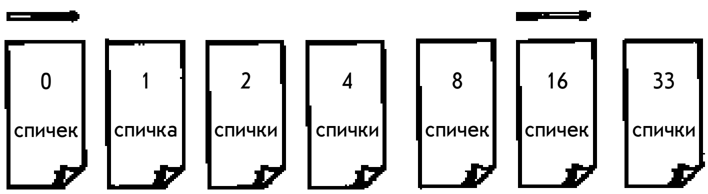
Секрет фокуса. Если после предложенных операций получится нечетное число, то в правой руке было нечетное число спичек, если же получится четное число, то в правой руке было четное число спичек.

Математическое обоснование. Поскольку общее число спичек выражается нечетным числом, то в одной из рук будет нечетное, а в другой – четное число спичек. Очевидно, что если некоторое число умножить на 2, то получится четное число. Так как число, выражающее количество спичек в левой руке, умножается на 2 и это произведение складывается с произведением числа, выражающего количество спичек в правой руке, на 3, то сумма будет четной, если в правой руке будет четное число спичек, и будет нечетным, если в правой руке было нечетное число спичек.

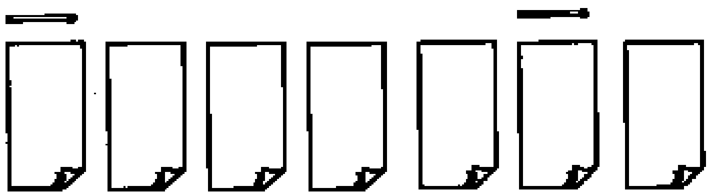
Пример 49. Вы предлагаете кому-нибудь положить на стол неполный коробок со спичками, а рядом, слева от него, положить 7 бумажек прямоугольной формы. Затем просите в ваше отсутствие проделать следующее: оставив половину спичек в коробке, перенести другую половину на ближайшую бумажку; если число спичек нечетное, то лишнюю спичку положить над бумажкой. Спички, оказавшиеся на бумажке, надо (не трогая лежащей рядом) разделить на две равные части: одну половину положить в коробок, другую – переложить на следующую бумажку; в случае нечетного числа остающуюся спичку положить над бумажкой. Далее поступать таким же образом, возвращая всякий раз половину спичек обратно в коробок, а другую половину – перекладывая на следующую бумажку, не забывая при нечетном числе спичек класть одну спичку сверху. В конце концов все спички, кроме одиночных, лежащих над бумажками, возвратятся в коробок (рис. 32).

Когда это будет сделано, вы являетесь в комнату и, бросив взгляд на пустые бумажки, называете число спичек во взятом коробке.

Секрет фокуса. Эти «пустые» бумажки в данном случае очень красноречивы: по ним и по одиночным спичкам можно буквально прочесть данное число, потому что оно написано на столе в двоичной системе счисления. Поясним это на примере. Пусть число спичек в коробке было 66. Последовательные операции с ними и окончательный вид бумажек показаны на схемах рис. 32 (а, б).



а) Отгадывание числа спичек. Последовательные действия загадчика



б) Продолжение фокуса: окончательный вид бумажек

Рис. 32

Нетрудно сообразить, что проделанные со спичками операции, в сущности, те же самые, какие мы выполнили бы, если бы хотели выразить число спичек в коробке в двоичной системе счисления; окончательная же схема прямо изобразит это число в двоичной системе, если пустые бумажки принять за нули, а бумажки, отмеченные сверху спичкой, – за единицы. Читая схему слева направо, получаем:

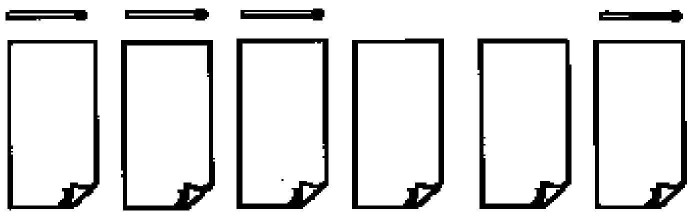
1	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**
64	**(32)**	**(16)**	**(8)**	**(4)**	**2**	**(1)**

То же самое в десятичной же системе: 64 + 2 = 66.

Если бы в коробке было 57 спичек, мы имели бы иные схемы, показанные на рис. 33. Искомое число, написанное в двоичной системе:

1	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**
32	**16**	**8**	**(4)**	**(2)**	**1**

а) Начало фокуса



б) Конец фокуса

Рис. 33

А в десятичной системе 32 + 16 + 8 + + 1 = 57.

Пример 50. На столе или на бумаге пишутся числа: 32 16 8 4 2 1 (если желают показать этот фокус с очень большим числом спичек, то слева приписывают еще 64, 128, 256 и т.д.). В то время как показывающий отходит, кто-нибудь кладет под числом 1 произвольное число спичек. Это число показывающий отгадает, не видя ничего происходящего. Во время его отсутствия одна половина спичек кладется под цифрой 2, вторая половина прячется; если число было нечетное, то 1 спичка остается под 1. Затем одна половина спичек, находящихся под 2, кладется под 4, другая половина прячется, и, в случае нечетного числа, одна спичка остается под 2. (При нечетном числе каждый раз остается одна спичка.) Далее опять одну половину спичек кладут под 8, а другую прячут, и продолжают так до тех пор, пока под каждым числом будет лежать не больше 1 спички. После этого показывающий подходит к столу и называет первоначальное количество спичек.

Секрет фокуса. Показывающему фокус необходимо лишь сложить числа, под которыми лежит по одной спичке: это и будет искомое число спичек, положенных сначала под число 1.

Пример 51. (Феноменальная память.) Один из зрителей раскладывает на столе (или на магнитной демонстрационной доске) в ряд головками вверх или вниз 15–20 спичек. Показывающий фокус, посмотрев несколько секунд на спички, отворачивается и утверждает, что он запомнил расположение всех спичек и может назвать, как лежит (головкой вверх или вниз) любая спичка в ряду.

Секрет фокуса. Фокус основан на знании двоичной и восьмеричной систем счисления. Будем считать, что спичка, направленная головкой вверх, – это единица, а спичка, направленная головкой вниз, – это ноль в двоичной системе счисления. Поэтому, раскладывая спички на столе, мы фактически «записываем» из нулей и единиц некоторое число в двоичной системе счисления, которое легко запомнить, записав его в восьмеричной системе счисления. Для этого следует воспользоваться следующим правилом перевода чисел из двоичной системы счисления в восьмеричную.

Правило. Для перевода числа из двоичной системы счисления в восьмеричную следует двоичное число разбить на группы по три цифры справа налево и каждую группу заменить соответствующей восьмеричной цифрой согласно коду: 000 – 0; 001 – 1; 010 – 2; 011 – 3; 100 – 4; 101 – 5; 110 – 6; 111 – 7. Если последняя (самая левая) группа содержит менее трех цифр, то на места недостающих цифр ставятся нули.

Например, пусть спички расположены так, как показано на рис. 34. Следовательно, это число 11 100 101 000 110 в двоичной системе счисления, а в восьмеричной системе счисления оно запишется как 345 068.

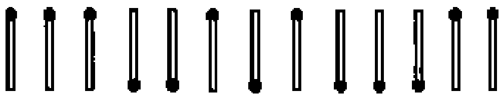


Рис. 34

Разумеется, не составляет труда запомнить последнюю запись числа, а по ней уже легко мысленно восстановить двоичную запись числа и назвать, как лежит (головкой вверх или вниз) каждая спичка.

При демонстрации фокуса показывающему достаточно, взглянув на лежащие на столе спички, представить себе двоичную запись числа, перевести это число в восьмеричное (согласно коду) и запомнить его восьмеричную запись. Далее следует, отвернувшись, мысленно восстановить двоичную запись числа и по требованию зрителей называть, как лежит (головкой вверх или вниз) та или иная спичка.

Пример 52. (Горизонтально или вертикально.) На столе выкладываются спички так, что некоторые из них лежат горизонтально, а некоторые – вертикально. Показывающий отворачивается и просит кого-нибудь из зрителей заняться изменением ориентации спичек по одной наугад, произнося при каждом изменении «есть». При этом зритель может изменять ориентацию одной и той же спички по нескольку раз. Затем зритель накрывает ладонью одну из спичек. Показывающий поворачивается к столу и говорит, как лежит закрытая спичка (горизонтально или вертикально).

Секрет фокуса. Перед тем как отвернуться, вам нужно сосчитать число спичек, лежащих горизонтально. При каждом слове «есть» прибавляйте к этому числу единицу. Если последняя сумма четная, то число горизонтально лежащих спичек, после того как зритель закончит изменение ориентации спичек, тоже будет четным; если сумма нечетная, то нечетным. Посмотрев на открытые спички, совсем нетрудно определить, как лежит спичка под ладонью, горизонтально или вертикально.

Литература

1. *Гусев В.А., Орлов А.И., Розенталь А.Л.* Внеклассная работа по математике в 6–8 классах: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1984.

2. *Еленьский Щ.* По следам Пифагора. – М.: Детгиз, 1961.

3. Ленинградские математические кружки: Пос. для внеклассной работы. – Киров: Изд-во «АСА», 1994.

4. Логические игры и задачи на уроках математики: Популярное пос. для родителей и педагогов/А.П. Тонких, Т.П. Кравцова, Е.А. Лысенко и др. – Ярославль: Академия развития, 1997.

5. *Конфорович А.Г.* Математика лабиринта. – Киев: Рад. школа, 1987.

6. *Перельман Я.И.* Занимательная арифметика. – М.: ТРИАДА – ЛИТЕРА, 1994.

7. *Тонких А.П., Тонких П.А.* Спички, спички, спички... Занимательные задачи, игры, фокусы и головоломки со спичками для детей и взрослых. – Брянск: Изд-во БГПУ, 1999.

Александр Павлович Тонких – *канд. физ.-мат. наук, доцент Брянского государственного университета.*