

Проблемы формирования вычислительных умений и навыков у школьников

Л.И. Чернова

В пояснительной записке к программе по математике в начальной школе читаем: «...основу начального курса составляют представления о четырех арифметических действиях с целыми неотрицательными числами и важнейших их свойствах, а также основанное на этих знаниях осознанное и прочное

усвоение приемов устных и письменных вычислений»*. Как видим, формирование приемов устных и письменных вычислений одна из важнейших задач обучения математике младших школьников.

Однако, как показывает практика, эту задачу начальная школа в полном объеме не решает. Большое число ошибок, допускаемое учащимися при решении задач, уравнений и т.п., говорит о том, что сформированные вычислительные умения и навыки не являются прочными и осознанными.

В чем причина такого положения дел? Чтобы выявить уровень методической подготовки учителей начальной школы к формированию у учащихся вычислительных умений и

* Программы общеобразовательных учреждений. Начальные классы (1–4). Ч. 1. Министерство образования Российской Федерации. – М.: Просвещение, 2000. – С. 230.

навыков, мы проанкетировали 620 педагогов из школ г. Магнитогорска и Челябинской области.

Анкета содержала 4 задания. С помощью двух первых выявлялись знания учителя о том, что такое вычислительный прием, вычислительный навык и каковы программные требования к вычислительным навыкам учащихся. Два других задания предлагались с тем, чтобы установить, как учителя начальных классов владеют традиционной методикой формирования вычислительных приемов и навыков.

Задание 1. Прочитайте нижеприведенные предложения и отметьте буквами определения: н. – навыка, у. – умения, в. п. – вычислительного приема, в. н. – вычислительного навыка.

а) Действие, использующее знания и навыки для решения поставленных задач;

б) автоматическое, быстрое, верное, сознательное использование приемов вычислений при нахождении результатов арифметических действий;

в) способность использовать имеющиеся знания или понятия, оперировать ими для выявления существенных свойств вещей и успешного решения определенных теоретических или практических задач;

г) ряд последовательных операций (система операций) над данными числами, выполнение которых приводит к нахождению результата арифметического действия над ними;

д) высокая степень овладения вычислительным приемом.

Задание 2. Поставьте знак «+» около тех выражений, вычисление значений которых в начальной школе должно быть доведено до уровня навыка:

$9 + 6$	$8 - 3$	$8 \cdot 4$	$86 : 2$
$43 + 9$	$18 - 9$	$12 \cdot 6$	$28 : 4$
$7 + 2$	$90 - 26$	$0 \cdot 6$	$84 : 14$

Задание 3. Расположите названные ниже этапы формирования вычислительного навыка в той последовательности, которая принята в методике обучения:

а) этап ознакомления с новым вычислительным приемом; б) этап автоматизации; в) подготовительный этап; г) этап усвоения вычислительного приема.

Задание 4. Укажите теоретическую основу и операции, входящие в вычислительные приемы для случаев:

а) $375 + 838$;	в) $173 \cdot 21$;
б) $32 - 6$;	г) $48 : 4$.

Задание 1 верно выполнили 23% анкетированных, что говорит о поверхностном знании учителями сути самих понятий «вычислительный прием» и «вычислительный навык».

Выполняя задание 2, 57% учителей дали верные ответы. Безошибочно были определены табличные случаи умножения и деления, а также сложения и вычитания в пределах 10; остальные выражения либо неверно относились к тем, вычисление значения которых должно быть доведено до уровня навыка ($86 : 2$), либо, напротив, к таковым не относились ($18 - 9$; $9 + 6$), хотя на самом деле эти случаи являются табличными.

При выполнении задания 3 верный ответ дали 82% педагогов.

Задание 4 оказалось сложным практически для всех участников анкетирования. Некоторые учителя даже не поняли его. В качестве теоретической основы вычислительного приема нередко назывались операции, входящие в прием.

В целом результаты анкетирования свидетельствуют о низком уровне методической подготовки учителя начальных классов к формированию у младших школьников вычислительных умений и навыков и, следовательно, о необходимости более тщательной подготовки будущих учителей к этому виду деятельности. Рассмотрению решения некоторых аспектов этой проблемы посвящена данная статья.

Формирование любого вычислительного приема, как известно, проходит ряд этапов:

1. Подготовительный этап.

2. Этап ознакомления с новым вычислительным приемом.

3. Этап усвоения вычислительного приема и формирования вычислительного навыка.

Рассмотрим технологию подготовки студента к организации и проведе-

нию первого этапа. Одной из задач этого этапа является **актуализация определенного круга знаний, умений, навыков** через серию специально подобранных заданий. Как подобрать задания таким образом, чтобы эта система была необходимой и достаточной для конкретного вычислительного приема?

Несмотря на обилие вычислительных приемов, рассматриваемых в курсе математики начальной школы, можно выделить то постоянное, инвариантное, что присуще всякому вычислительному приему, – теоретическую основу и составляющие вычислительные операции.

Рассмотрим логическую структуру деятельности студента (учителя) при подготовке к проведению этапа актуализации при ознакомлении с новым вычислительным приемом. Эта структура представляет собой графическую классификационную схему, исходным элементом которой является вычислительный прием, анализируемый на различных уровнях. Каждый уровень образован логическим основанием, в котором отражается одна из целей (сторон) изучения исходного элемента вычислительного приема.

Так, *на первом (теоретическом) уровне* констатируется, что необходимо выделить инварианты вычислительного приема: теоретическую основу и операции, его составляющие.

На втором (операционном) уровне выделяются операции, входящие в вычислительный прием, и его теоретическая основа.

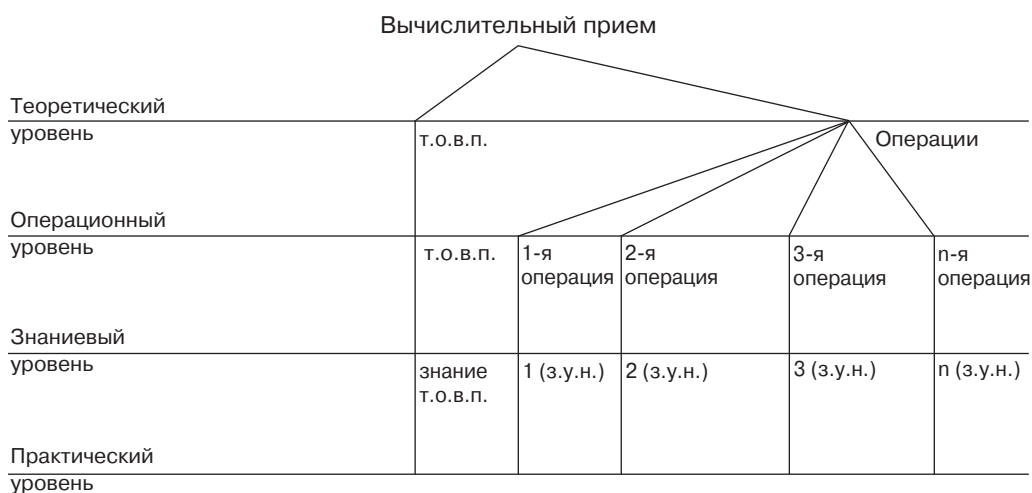
На третьем (знаниевом) уровне выделяются знания, умения, навыки, которые необходимо актуализировать до ознакомления с новым вычислительным приемом.

На четвертом (практическом) уровне составляются упражнения, актуализирующие знания, умения, навыки, выделенные на третьем уровне.

Описанная структура деятельности может быть представлена в виде логической схемы составления системы заданий для этапа актуализации на уроке по ознакомлению с новым вычислительным приемом (см. внизу; теоретическая основа вычислительного приема обозначена как т.о.в.п.).

На подготовительном этапе создается готовность учащихся к усвоению нового вычислительного приема. Дети должны усвоить те теоретические положения, на которых основывается вычислительный прием, и овладеть каждой операцией, его составляющей.

На этапе актуализации необходимо убедиться в полной готовности учащихся к усвоению нового вычислительного приема. С этой целью детям предлагается серия специально подобранных заданий. Перед их составлением учителю полезно ответить на следующие вопросы:



1. Какие задания предложить учащимся на уроке по ознакомлению с новым вычислительным приемом на этапе актуализации?

2. Каким требованиям должны удовлетворять эти задания?

Для ответа на поставленные вопросы обратимся к той части вычислительной деятельности ученика, где действие носит развернутый характер (этап развернутого действия). На этом этапе учащиеся выполняют с комментарием все операции, входящие в вычислительный прием. Это и позволит выделить его инварианты. Убедимся в этом на конкретном примере.

$$\begin{array}{r} 9 + 4 = 13 \\ \quad \wedge \\ 9 + 1 + 3 \end{array}$$

Комментарий ученика к данной записи на этапе развернутого действия может быть таким: «К 9 прибавить 4. К 9 прибавлю 1, чтобы получить десяток. Надо было прибавить 4, прибавили 1, осталось прибавить 3. К 10 прибавить 3, получится 13».

Анализируя деятельность ученика на этом этапе, приходим к выводу: *теоретическая основа* данного вычислительного приема – конкретный смысл действия сложения (сложение по частям). Следовательно, умение ученика выполнять сложение по частям является необходимым для усвоения нового вычислительного приема $9 + 4$.

Операции, входящие в данный вычислительный прием:

- дополнение числа 9 до 10;
- разбиение второго слагаемого (4) на части (1 и 3);
- сложение чисел 10 и 3.

Каждая из названных операций может быть успешно выполнена учеником лишь в том случае, если он

- умеет дополнить однозначное число до 10;
- знает (на уровне навыка) состав чисел от 1 до 10;
- умеет выполнять сложение вида $10 + \square$.

Таким образом, анализ деятельности ученика на этапе развернутого действия позволил выделить *тео-*

ретическую основу вычислительного приема и операции, его составляющие, а также знания, умения и навыки, на которых основывается вычислительный прием вида $9 + 4$:

- умение выполнять сложение по частям;
- умение дополнить однозначное число до 10;
- знание (на уровне навыка) состава чисел от 1 до 10;
- умение выполнять сложение вида $10 + \square$.

Остается лишь подобрать задания в соответствии с выделенными знаниями, умениями, навыками. Составленная таким образом серия заданий будет отвечать требованиям необходимости и достаточности. Это значит, что актуализируются те знания, умения и навыки, на которых строится вычислительный прием (теоретическая основа и операции, его составляющие), и только они.

Овладев приемами выделения компонентов инварианта, студент (учитель) сможет не только методически грамотно анализировать предложенные задания для устного счета, но и конструировать свои. Каждый раз это будут новые варианты серий упражнений, различных по сложности, занимательности, развивающему эффекту и т.д. Творчество и мастерство учителя заключаются в том, чтобы выбрать наиболее эффективный из них.

Однако любое ли упражнение, актуализирующее знание, умение, навык, может быть предложено учащимся на этапе актуализации? Приведем два примера.

Пример 1. $9 + 4 = 13$

$$\begin{array}{r} 9 + 4 = 13 \\ \quad \wedge \\ 9 + 1 + 3 \end{array}$$

Выше было показано, что одной из операций, входящих в вычислительный прием данного вида, является состав числа. Рассмотрим известные из раздела «Нумерация чисел от 1 до 10» **упражнения, которые могут быть предложены учащимся при работе над составом числа.**

1. Заполните таблицы.

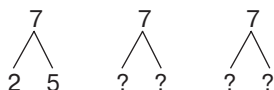
а)

6	1	4	3	2	5

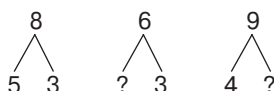
б)

7		4	3		5
	1			2	

2. Выполните задание по образцу:



Выполняя задание по образцу, прокомментируйте его следующим образом: «Надо было прибавить 8, прибавили 5, осталось прибавить 3».



3. Вставьте пропущенные числа:

$$6 = \square + 1 \quad 9 = 2 + \square \quad 7 = \square + \square$$

4. а) Надо прибавить 3. Прибавили 2. Сколько осталось прибавить?

б) Надо прибавить 3. Прибавили 2, а потом еще 1. Правильно ли выполнили сложение?

При выборе одного из серии указанных упражнений следует ориентироваться на то, как знание состава числа используется в рассматриваемом вычислительном приеме. С этой целью вновь обратимся к этапу развернутого действия и его комментарий: «...надо было прибавить 4, прибавили 1, осталось прибавить 3». Отсюда и вывод о выборе упражнения для этапа актуализации. В самом деле, именно в таком виде знание состава числа, включая комментарий, входит в вычислительный прием вида $9 + 4$, т.е., по сути, уже на этапе актуализации отрабатывается алгоритм достаточно сложного нового вычислительного приема вида $9 + 4$.

Пример 2.

Деление с остатком – операция, входящая в письменный прием деления. Какие случаи деления с остатком следует включать в этап актуализации? Ответ на вопрос напрямую зависит от вида выполняемого деления. Так, если будет выполняться деление вида

$$\begin{array}{r} 725 \overline{) 5} \\ 5 \quad \underline{145} \\ 22 \\ 20 \\ \underline{25} \\ 25 \\ \underline{0} \end{array}$$

то умение ученика правильно выполнять деление с остатком вида $7 : 5 = 1$ (ост. 2) и $22 : 5 = 4$ (ост. 2) – достаточный уровень выполнения деления с остатком.

Рассмотрим другой прием письменного деления:

$$\begin{array}{r} 1232 \overline{) 4} \\ 12 \quad \underline{308} \\ 3 \\ 0 \\ \underline{32} \\ 32 \\ \underline{0} \end{array}$$

В этом случае следует актуализировать у учащихся умение выполнять деление с остатком в случае, когда делимое меньше делителя, например: $3 : 4 = 0$ (ост. 3), при этом запись следует вести не в строчку, а в столбик, ибо именно так она будет выполняться в письменном приеме деления:

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 4} \\ 0 \quad 0 \\ \underline{3} \text{ (ост.)} \end{array}$$

Полезно при этом прокомментировать вычисления в соответствии с алгоритмами деления с остатком и письменного деления: «3 разделить на 4. Вспомню, что наибольшее число до 3, которое делится на 4, – это 0. 0 разделить на 4, получится в частном 0. Умножу 4 на 0, получу 0 – столько единиц разделили. Вычту 0 из 3, получу 3 – это остаток. Читаю ответ: частное 0, остаток 3».

Не следует жалеть времени на осознанное выполнение учащимися заданий подобного вида, ибо это, во-первых, облегчит деятельность ученика при выполнении одного из самых сложных в курсе математики начальной школы вычислительных приемов по непростому алгоритму письменного деления; во-вторых, предупредит (это проверено на практике) одну из

типичных ошибок письменного деления – потерю цифры (нуля) в частном.

Таким образом, отвечая на два сформулированных выше вопроса, отметим, что любое задание этапа актуализации на уроке по ознакомлению с новым вычислительным приемом должно

1) актуализировать конкретное знание, умение, навык;

2) выбираться с учетом того, как это знание, умение, навык используется («работает») в вычислительном приеме.

Далее рассмотрим процесс формирования у студента умения осуществлять деятельность на каждом этапе работы в соответствии с логической схемой составления системы заданий для этапа актуализации на уроке по ознакомлению с новым вычислительным приемом.

Рассмотрим в качестве примера второй уровень, на котором у студента формируется умение определять теоретическую основу вычислительного приема и операции, его составляющие. Остановимся на формировании первого из них. Будем считать, что умение сформировано, если студент может безошибочно определить теоретическую основу любого вычислительного приема, рассматриваемого в начальной школе.

Выделим знания, которыми должен обладать студент для формирования у него названного методического умения:

– знать классификацию вычислительных приемов в зависимости от их теоретической основы;

– знать вычислительные приемы по концентрам (устные и письменные);

– уметь привести рассуждения ученика на этапе развернутого действия для любого вычислительного приема.

Напомним, что в качестве теоретической основы вычислительного приема может выступать:

1. Принцип образования натурального ряда чисел ($18 + 1$, $425 - 1$).

2. Десятичный состав числа ($40 + 8$, $48 - 40$, $48 - 8$, $230 : 10$, $16 \cdot 100$).

3. Конкретный смысл арифметических действий ($3 + 2$, $7 - 3$, $3 \cdot 2$).

4. Свойства арифметических действий ($2 + 18$, $48 : 2$, $13 \cdot 9$, $13 \cdot 60$).

5. Связь между компонентами и результатом арифметических действий ($9 - 7$, $54 : 18$).

6. Изменение результата арифметических действий в зависимости от изменения одного из компонентов ($46 + 19$, $320 \cdot 5$, $24 \cdot 25$).

Понимая под умением освоенное действие, а, следовательно, под методическим умением – умение решать методические задачи, рассмотрим процесс формирования у студентов умения определять теоретическую основу вычислительного приема через решение серии специально подобранных методических задач различного уровня сложности.

Первый уровень. Уровень с подсказкой, когда в задаче дана цель, ситуация и действие по ее решению, а от студента требуется дать заключение в соответствии со всеми тремя компонентами задачи.

Задание. Верно ли указана теоретическая основа вычислительных приемов:

а) $25 - 5$ – десятичный состав числа;

б) $450 : 30$ – правило деления числа на произведение;

в) $143 - 1$ – правило вычитания числа из суммы;

г) $36 : 12$ – знание конкретного смысла действия деления;

д) $9 - 6$ – связь между компонентами и результатом действия деления;

е) $16 + 1$ – принцип образования натурального ряда чисел;

ж) $84 \cdot 25$ – зависимость между компонентами и результатом действия умножения;

з) правило умножения числа на сумму;

и) $495 : 5$ – правило деления суммы на число;

к) $21 \cdot 349$ – правило умножения суммы на число;

л) $530 \cdot 60$ – умножение круглых десятков.

Второй уровень. В задаче даны цель и ситуация. Студенту необходимо применить ранее известные знания (действия) по ее решению. Это репродуктивное, алгоритмическое действие. Студенты могут выполнить его самостоятельно.

Задание 1. Выберите из правого столбика те задания, которые являются теоретической основой данного вычислительного приема:

- | | |
|----------------|---|
| а) $9 - 7$ | 1) связь между компонентами и результатом действия сложения;
2) состав числа 9;
3) конкретный смысл действия вычитания (вычитание по частям); |
| б) $9 - 1$ | 1) состав числа 9;
2) принцип образования натурального ряда чисел;
3) связь между компонентами и результатом действия сложения; |
| в) $360 : 30$ | 1) деление круглых десятков;
2) правило деления числа на произведение; |
| г) $1 \cdot 8$ | 1) конкретный смысл действия умножения;
2) правило умножения числа на 1;
3) переместительный закон умножения; |
| д) $42 + 8$ | 1) правило прибавления числа к сумме;
2) правило «единицы складывают с единицами, десятки – с десятками»; |
| е) $8 \cdot 0$ | 1) конкретный смысл действия умножения;
2) правило умножения числа на 0;
3) определение действия умножения. |

Задание 2. Укажите теоретическую основу вычислительных приемов:

- | | |
|-------------|-------------------|
| а) $5 + 1$ | и) $32 - 8$ |
| б) $7 - 3$ | к) $27 + 13$ |
| в) $2 + 8$ | л) $62 - 47$ |
| г) $9 - 7$ | м) $35 : 5$ |
| д) $6 + 8$ | н) $32 \cdot 0$ |
| е) $12 - 5$ | о) $1 \cdot 789$ |
| ж) $27 + 3$ | п) $675 : 25$ |
| з) $50 - 4$ | р) $420 \cdot 30$ |

Задание 3. Приведите по три примера вычислительных приемов, теоретической основой которых является

- правило деления суммы на число;
- конкретный смысл действий сложения, вычитания, умножения, деления;

в) связь между компонентами и результатом арифметических действий;

г) знание десятичного состава числа;

д) правило деления числа на произведение;

е) принцип образования натурального ряда чисел.

Третий уровень. В задаче ясна цель, но не ясна (для студента) ситуация, в которой эта цель может быть достигнута. От студента требуется дополнить (уточнить) ситуацию и применить ранее усвоенные действия для решения данной нетиповой задачи. Это продуктивное действие эвристического типа. Студент в процессе его выполнения добывает новую для себя информацию.

Задание. Укажите теоретическую основу вычислительных приемов при сложении чисел от 1 до 10 при изучении математики в начальной школе по программам Н.Б. Истоминой и Л.Г. Петерсон.

Организация подобным образом деятельности студентов на остальных уровнях позволяет формировать у будущих учителей очень важное общеметодическое умение: грамотно составлять систему заданий для этапа актуализации на уроке по ознакомлению с новым вычислительным приемом. Правда, за рамками данной статьи оказался разговор о контроле за уровнем сформированности названных общеметодических умений и его оценке. А это, как известно, слагаемые педагогической технологии.

Литература

1. Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии. – М.: Педагогика, 1989.

2. Талызина Н.Ф. Методика составления обучающих программ: Уч. пос. – М.: Изд-во МГУ, 1980.

Людмила Ивановна Чернова – доцент кафедры методики начального образования Магнитогорского государственного университета.