Средства обучения младших школьников решению текстовых задач

С.Р. Когаловский

Поисково-исследовательская деятельность детей может стать ведущей в их обучении математике [2]. Для овладения новым методом недостаточно лишь выполнения упражнений – необходима работа, направленная на изучение возможностей его применения в самых разных ситуациях. Эта работа предполагает преодоление стереотипов, активизацию рефлексии и другой активной и разнонаправленной деятельности.

В учебной деятельности взаимодействуют пары (диады) взаимно дополняющих начал. *Поисковая деятельность – следование методу* является одной из системообразующих диад.

Если в обучении доминирует второй компонент этой диады, то не получает развития поисковая деятельность, и в результате обучение утрачивает развивающий характер. Если доминирует первый, то это приводит преимущественно к развитию «по горизонтали». Только органичное взаимодействие компонентов этой диады способствует рождению новообразований в мышлении учащихся, в их поисково-исследовательской деятельности, способствует формированию и развитию ее стратегий.

Овладение методом – процесс развития процедур его использования, рутинная работа, направленная на координацию действий и приводящая к кристаллизации стандартных блоков операций и их «свертыванию», т.е. превращению в элементарные шаги. Это приводит к «дальнодействию» мышления и тем самым способствует овладению более сложными формами поисково-исследовательской деятельности. Недостаточное внимание к рутинной работе ведет к технической беспомощности и ограничивает возможности развития мышления, а чрезмерное внимание к ней ведет в лучшем случае к технической выучке, но вместе с тем рождает жесткие стереотипы, подавляющие развитие креативности.

В ряде ситуаций наилучший в математическом смысле способ решения задачи является наихудшим способом следования целям учебной деятельности или даже уходом от них.

Попытаемся подойти к рассмотрению **вопроса об эффективности бытующего способа обучения младших школьников решению текстовых задач** «по действиям» или «по вопросам», занимающего ведущее место в их обучении математике.

Это обучение предполагает проектирование и выполнение определенной последовательности действий, требует развития ряда интеллектуальных способностей, прежде всего к анализу и синтезу, и их продуктивным взаимодействиям. На пути формирования таких способностей нередко возникают препятствия, проистекающие из недостаточной развитости памяти и внимания ребенка и делающие затруднительным охват всех условий задачи, без чего невозможно проектирование последовательности действий по ее решению. В качестве средства преодоления этих препятствий предлагается схематическое представление условий. Но попытки создания продуктивной схемы, т.е. позволяющей усмотреть связи между условиями задачи, которые открывают путь ее решения, в свою очередь сталкиваются с препятствиями, проистекающими из слабого взаимодействия механизмов анализа и синтеза. Не меньшие трудности вызывает и то, что логика решения «по действиям», как правило, существенно расходится с внутренней логикой поиска решения.

В «Арифметике» Л.Ф. Магницкого и других старинных российских учебниках арифметики содержится немало прекрасных задач, обращение к которым является эффективным средством развития поисково-исследовательской деятельности детей. Вот две из них [3].

Задача 1. Летели скворцы, и встретились им деревья. Когда сели они по одному на дерево, то одному скворцу не хватило дерева, а когда на каждое дерево сели по два скворца, то одно дерево осталось не занятым. Сколько было скворцов и сколько деревьев?

Задача 2. Хозяин нанял работника с таким условием: за каждый рабочий день он будет платить ему по 20 копеек, а за каждый нерабочий день вычитать 30 копеек. По прошествии 60 дней работник ничего не заработал. Сколько было рабочих дней?

Возникает ряд вопросов. Легко ли ребенку решить эти, казалось бы, простые задачи «по действиям»? Легко ли ему создать эффективное схематическое представление их условий? И еще. Не забываем ли мы о возможности и целесообразности **приобщения младших школьников к методу решения задач с помощью уравнений**? Ведь почти все текстовые задачи, содержащиеся в учебниках для начальной школы (как и две приведенные выше), легко решаются с использованием уравнений. Так не стоит ли сделать упор на этот метод, а не на решение «по действиям»?

Приобщение младших школьников к алгебраическим средствам (и в том числе к использованию уравнений) было бы столь же целесообразно, сколь и неразумно. Не считаем же мы, что доступность карманных калькуляторов делает ненужным обучение детей устному счету, ведущему к развитию широкого комплекса психологических и собственно интеллектуальных механизмов.

Необходимы разнообразные задачи, решение которых требует разнообразных же форм и методов поисковой деятельности. При этом эффективными являются такие способы решения задач, которые отвечают следующим требованиям:

– доступность слабоуспевающим школьникам;

– возможность использования самых примитивных форм поисковой деятельности, ее «первомеханизмов»;

– поиск решения не должен нуждаться в предварительном охвате всех условий задачи: они осваиваются пошагово, в процессе самого решения, и каждый осуществленный шаг должен приводить к новой тактике внимания, направленной на достижение следующей ближайшей цели;

– логика решения должна быть близка логике его поиска.

Рассмотрим подробные решения двух таких задач.

Задача 3. На двух кустах сидело 25 воробьев. После того как со второго куста улетели 7, а затем с первого куста перелетели на второй 5 воробьев, на первом кусте их осталось в 2 раза больше, чем на втором. Сколько воробьев сидело вначале на каждом кусте?

Возможны следующие варианты: 1) на первом кусте сидел 1 воробей (значит, на втором – 24); 2) на первом кусте сидели 2 воробья (значит, на втором – 23); 3) на первом кусте сидели 3 воробья (значит, на втором – 22); ... ; 24) на первом кусте сидели 24 воробья (значит, на втором – 1). Проверим, какие из этих 24 вариантов удовлетворяют условиям задачи.

Если со второго куста улетели 7 воробьев, то это значит, что на втором кусте вначале было по крайней мере 7 воробьев. А значит, варианты 19, 20 и все последующие не удовлетворяют условиям задачи. Так что надо проверить не 24, а 18 вариантов – от 1-го до 18-го.

Первые четыре варианта тоже не удовлетворяют условиям задачи: ведь если с первого куста на второй перелетело 5 воробьев, то на первом кусте вначале было 5 или больше воробьев. Так что надо проверить 14 вариантов, а не 18.

После того как с первого куста перелетели на второй 5 воробьев, а со второго улетело 7, на первом кусте осталось больше воробьев, чем на втором. А раз так, то на первом кусте вначале было больше чем 5 воробьев. Значит, вариант 5 не удовлетворяет условиям задачи. Таким образом, надо проверить не 14 вариантов, а 13.

На первом кусте осталось не просто больше воробьев, чем на втором, а в 2 раза больше. Значит, и на первом, и на втором кусте остался хоть один воробей. А поэтому вначале на втором кусте сидело 8 воробьев или больше. Так что вариант 18 не удовлетворяет условиям задачи. Значит, надо проверить не 13 вариантов, а 12 – от 6-го до 17-го.

Поскольку на первом кусте осталось в 2 раза больше воробьев, чем на втором, то их осталось на первом кусте четное число, и это после того, как их количество уменьшилось на нечетное число 5. Значит, на первом кусте вначале было нечетное число воробьев. А потому надо проверять не все варианты от 6-го до 17-го, а лишь следующие шесть: 7, 9, 11, 13, 15, 17.*

Но если после того, как число воробьев на первом кусте уменьшилось на 5, а на втором – всего на 2, на пер-

* К понятиям четного и нечетного числа детей целесообразно приобщать уже в начальной школе; более того, к этим понятиям желательно приобщать и старших дошкольников.

вом кусте все равно осталось больше воробьев, чем на втором, то и вначале на первом кусте было по крайней мере на 3 воробья больше, чем на втором. А значит, проверять надо лишь варианты 15 и 17.

Проверим вариант 15. Если вначале на первом кусте было 15, а на втором 10 воробьев, то на первом осталось 15 – 5, т.е. 10 воробьев, а на втором 10 + 5 – 7, т.е. 8. А значит, на первом кусте воробьев в этом случае стало не в 2 раза больше, чем на втором. Так что этот вариант не проходит.

Проверим вариант 17. Если вначале на первом кусте было 17, а на втором 8 воробьев, то на первом осталось 17 – 5, т.е. 12 воробьев, а на втором 8 + 5 – 7, т.е. 6. А это как раз в 2 раза меньше, чем на первом. Именно этот вариант и дает решение задачи.

Не слишком ли громоздко это многошаговое решение? Да, но эта многошаговость развертывается естественным образом, она «природосообразна». А потому она несет развивающее начало, формируя у детей психологическую готовность к более сложным формам учебной деятельности, благодаря развитию памяти и внимания, исподволь происходящему в подобных многошаговых процессах.

А ведь задачу можно решить намного проще. После того как со второго куста улетели 7 воробьев, всего на обоих кустах стало на 7 воробьев меньше. А значит, их осталось всего 25 – 7, т.е. 18. При этом на первом кусте стало в 2 раза больше воробьев, чем на втором, т.е. две из трех частей от оставшихся 18 воробьев остались на первом кусте, а одна – на втором. Значит, на втором кусте осталось 18 : 3, т.е. 6 воробьев, а остальные 18 – 6, т.е. 12, – на первом. Но первоначально на первом кусте было на 5 воробьев больше, чем осталось, т.е. 12 + 5, или 17. А значит, на втором вначале их было 25 – 17, т.е. 8.

Не разумнее ли было бы сразу решить эту задачу вторым способом? Но многие ли дети с самого начала увидели бы этот способ решения? Для того чтобы усмотреть его, необходимо прежде освоить все условия задачи. Первый путь способствует активному их освоению. При его реализации начинают лучше усматриваться более рациональные подходы к решению. Этот подход не требует изначального усвоения всего комплекса условий задачи. Механизм поиска решения «заводится» обращением к самому очевидному из этих условий, а далее начинается их пошаговое использование, и каждый шаг приводит к сужению поля поисковой деятельности.

Возможность сосредоточения на отдельном условии, на анализе ситуации, связанной с ним, способствует активизации общих механизмов анализа, способствует выявлению подспудных условий для сужения поля поисковой деятельности. Значима и возможность разных, и не только эффективных, вариантов осуществления каждого шага, ведущего к сужению совокупности вариантов, подлежащих рассмотрению. Все это увлекает детей, повышает их поисковую активность.

Несмотря на громоздкость, первый вариант решения задачи обладает важным достоинством. Если решение «по действиям» использует условия задачи «лобовым» образом, то он формирует настрой на поиск и использование скрытых условий, позволяющих сузить круг испытываемых вариантов. Таким образом, решение основывается на обращении не только к предметной стороне дела, но и к анализу способов действия и их рационализации путем перевода явных и скрытых условий задачи в соответствующие тактики поведения.

Задача 4. Имеются 18 двухрублевых и пятирублевых монет на сумму 81 рубль. Сколько среди них двухрублевых и сколько пятирублевых монет?

– Количество двухрублевых монет может быть от 1 до 17. Таким образом, надо проверить 17 вариантов.

– Не лучше ли искать количество пятирублевых монет? Ведь их может

быть от 1 до 16. Так что в этом случае надо будет проверить 16 вариантов, а не 17.

Наличие разных и неравноценных (с точки зрения эффективности) шагов по отбору возможных вариантов активизирует аналитическую деятельность учащихся и способствует ее развитию.

– А если мы узнаем, каких монет больше, то сможем в 2 раза уменьшить количество возможных вариантов.

– Но, может быть, двухрублевых и пятирублевых монет поровну?

– Проверим: 9 двухрублевых и 9 пятирублевых монет в сумме дают всего 63 рубля, что меньше, чем 81 рубль, следовательно, пятирублевых монет больше. Значит, из 16 вариантов надо проверять лишь 7 – от 10 до 16.

– Двухрублевые монеты в сумме дают четное число рублей, а вся сумма нечетная. Значит, пятирублевые монеты в сумме дают нечетное число рублей, поэтому число их – нечетное. Следовательно, из оставшихся 7 вариантов надо проверять лишь 3: 11, 13, 15.

– Проверим первый из этих вариантов.

– Лучше начать с проверки среднего варианта, ведь если, по нему, монеты в сумме дают меньше 81 рубля, то не годится не только сам этот вариант, но и предшествующий. Если же при этом варианте монеты в сумме дают больше 81 рубля, то не годится не только этот вариант, но и последующий.

– Поскольку при большем количестве пятирублевых монет общая сумма будет большей, то условиям задачи может удовлетворять только один вариант.

– Или ни одного. Например, не имеет решения задача:

Имеются 18 двухрублевых и пятирублевых монет на сумму 20 рублей. Сколько среди них двухрублевых и сколько пятирублевых монет?

– Итак, начнем с проверки среднего варианта. Если пятирублевых монет 13, то двухрублевых – 5. В сумме они дают $5 \cdot 13 + 2 \cdot 5 = 75$. Эта сумма меньше 81. Значит, пятирублевых монет больше 13.

Последняя проверка. Если пятирублевых монет было 15, то двухрублевых – 3. В сумме они дают $5 \cdot 15 + 2 \cdot 3 = 81$. Задача имеет это единственное решение.

Как видим, задачи, решаемые с использованием совершенствующегося отбора вариантов, могут служить не только полезным пропедевтическим средством обучения детей решению текстовых задач «по действиям». Они сами несут развитие ориентировки и механизмов анализа, способствуют развитию поисково-исследовательской деятельности детей и их логики. Отметим учебник [1], содержащий такого рода задачи.

Полноценное развитие одного из компонентов диады «следование методу – поисковая деятельность» не может происходить без такого же развития другого. Диада эффективно функционирует тогда, когда ее компоненты активно взаимодействуют, выступая при этом как равно важные, равно ценные и самоценные [2].

Литература

1. *Аргинская И.И., Ивановская Е.И.* Математика: Учебник для 4 класса четырехлетней начальной школы. – Самара, 2003.

2. *Когаловский С.Р.* О ведущих планах обучения математике // Педагогика. – 2006. – № 1.

3. *Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В., Потапов М.К.* Старинные занимательные задачи. – М., 2006.

Сергей Рувимович Когаловский *– профессор, зав. кафедрой начального математического образования Шуйского государственного педагогического университета.*